

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA 2006

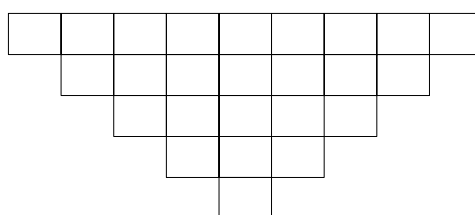
Cuarta Fase – Nivel 1

25 de noviembre de 2006

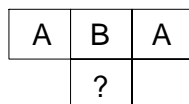
- *La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.*
- *No está permitido el uso de calculadoras, ni consultar notas o libros.*
- *Entrega tu cuadernillo de soluciones justificando adecuadamente todos los pasos.*
- *Puedes llevarte las hojas con los enunciados de los problemas.*

**JUSTIFICA ADECUADAMENTE TODOS LOS PASOS DE TUS SOLUCIONES**

1. Considera un tablero de 25 casillas como el que se muestra en la figura.



En cada una de las casillas de la primera fila se escribe una letra A o una letra B y luego se completa, con letras, de acuerdo con la siguiente regla: si se eligen tres casillas consecutivas de una fila entonces se escribe debajo de la casilla del centro la letra que aparece más veces en las 3 casillas escogidas. Por ejemplo, si se tiene:



entonces en la casilla marcada con “?” se debe escribir la letra A. ¿Cuál es la mínima cantidad de letras A que se debe escribir en la primera fila **para asegurar** que, en cualquier orden en que estas se escriban, siempre se tenga una letra A en la casilla de la última fila?

2. Encuentra todos los enteros positivos  $n$  que tienen 12 divisores que cumplen las dos condiciones siguientes:
- Ordenados de menor a mayor son:
 
$$1 = d_1 < d_2 < d_3 < d_4 < d_5 < d_6 < d_7 < d_8 < d_9 < d_{10} < d_{11} < d_{12} = n$$
  - $d_3 + d_6 = 14$ .
3. Sea T un conjunto formado por enteros positivos que tiene la siguiente propiedad: si  $x, y$  son elementos distintos de T, con  $x > y$ , entonces  $x-y$  tiene todos sus dígitos en el conjunto  $\{2; 3; 6; 9\}$ .  
¿Cuál es la mayor cantidad de elementos que puede tener T?
4. Un tablero se denomina “completable” si es posible escribir en cada una de sus casillas un entero positivo de acuerdo con las siguientes reglas:
- En cada columna, el número de cada casilla es menor o igual que el número de cualquier casilla superior

- En cada fila, el número de cada casilla es menor o igual que el número de cualquier casilla a su derecha.
- Para dos cuadrados cualesquiera de cuatro casillas cada uno, si  $R$  es la suma de los números escritos en uno de ellos y  $S$  es la suma de los números escritos en el otro entonces  $R \neq S$ .

Analiza si los siguientes tableros son completables.

					9
1					

(I)

					7
1					

(II)

**GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN**