



Ministerio
de Educación

OLIMPIADA NACIONAL ESCOLAR DE MATEMÁTICA
(ONEM 2007)



Sociedad Matemática
Peruana

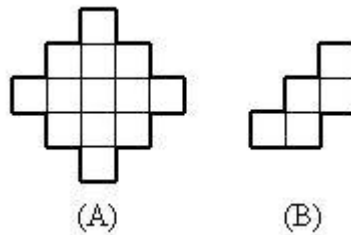
Cuarta fase - Nivel 2

02 de diciembre del 2007

- La prueba tiene una duración máxima de 4 horas.
- No está permitido usar calculadoras, ni consultar apuntes o libros.
- Entrega tu cuadernillo de soluciones justificando adecuadamente todos los pasos.
- Puedes llevarte la hoja con los enunciados de los problemas.

Problema 1.- Encuentra todos los números primos m y n tales que $m < n$ y los números $2m + n$, $m + 2n$ y $m + n - 18$ sean también primos.

Problema 2.- Daniel dispone de fichas cuadradas de lado 1, con las cuales forma polígonos. Decimos que uno de los polígonos formados es *incaico* si todos sus lados tienen longitud 1. Por ejemplo



el polígono (A) es incaico y el polígono (B) no lo es. Demuestra que para todo entero $N \geq 11$, Daniel puede construir un polígono incaico formado con N fichas.

Problema 3.- Halla todos los números enteros r para los cuales es posible encontrar una función $f : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}$ que cumple la siguiente condición:
la sucesión

$$f(1) \times f(3); f(2) \times f(4); f(3) \times f(5); \dots; f(n) \times f(n+2); \dots$$

es una progresión aritmética de razón r .

Nota.- \mathbb{Z}^+ es el conjunto de los números enteros positivos, $\{1, 2, 3, 4, \dots\}$.

Problema 4.- Enrique dibujó $2n$ rectas en el plano, donde n es un entero positivo, y se dio cuenta de que no habían tres rectas concurrentes (tres rectas con un punto común). Luego pintó de rojo cada punto de intersección y contó la cantidad de puntos rojos de cada recta. Si de estas $2n$ cantidades, la mitad de ellas valen 2007 y la otra mitad valen 2008, ¿Cuántas rectas dibujó Enrique?

GRACIAS POR TU PARTICIPACIÓN

Olimpiada Nacional Escolar de Matemática 2007